

Lösungen
S. 220/221

Punkte und Vektoren



1. Bestimmen Sie den Vektor, der vom Punkt A aus zum Punkt B verläuft.
a) $A(3|2|1)$ $B(6|7|9)$ b) $A(2|1|1)$ $B(7|6|8)$ c) $A(-2|-4|-2)$ $B(7|8|5)$



2. Berechnen Sie den Abstand der Punkte A und B.
a) $A(2|3)$ $B(5|-1)$ b) $A(0|1|2)$ $B(-1|4|2)$ c) $A(-2|1|-2)$ $B(-6|-5|-7)$



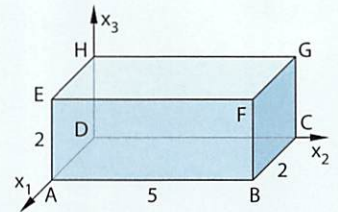
3. Berechnen Sie.
a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -16 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) $(-7) \cdot \begin{pmatrix} -11 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + (-7) \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$



4. Prüfen Sie, ob die Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ kollinear sind.
a) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}; \vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}$ b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}; \vec{w} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix}$ c) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ -12 \end{pmatrix}; \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$



5. Betrachten Sie den abgebildeten Quader.
a) Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte an.
b) Bestimmen Sie die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{FG}$.
c) Zeigen Sie, dass die Kanten $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{EF}$ zueinander parallel verlaufen.



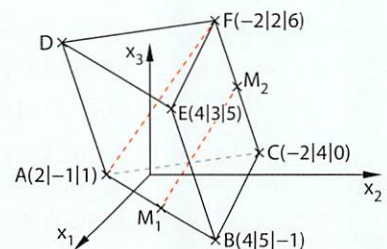
6. Untersuchen Sie, ob der Vektor $\vec{v}$ eine Linearkombination der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ist.

a) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$ b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix}; \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

7. Gegeben sind $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie $\vec{x}$.

a) $\vec{x} = 2\vec{a}$ b) $\vec{x} = 3,5\vec{b}$ c) $\vec{x} = (-2)\vec{c}$
d) $3(\vec{x} - 2\vec{c}) = 2\vec{x} + \vec{b}$ e) $-4\vec{x} + 2\vec{a} = \vec{0}$ f) $4\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{c} + \vec{b}$

8. Die Figur ist ein dreiseitiges Prisma.
a) Geben Sie die Koordinaten der Verbindungsvektoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ und $\overrightarrow{AC}$ an.
b) Berechnen Sie die Seitenlängen des Dreiecks ABC.
c) Zeigen Sie: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$
d) Berechnen Sie die Koordinaten von D so, dass ABCD ein Parallelogramm ist.



9. M_1 und M_2 sind Seitenmittelpunkte des Prismas aus Aufgabe 8.
a) Zeigen Sie mithilfe einer Skizze, dass für den Ortsvektor von M_1 gilt:
 $\overrightarrow{OM_1} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
b) Zeigen Sie durch Umformen, dass gilt:
 $\overrightarrow{OM_1} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$
c) Berechnen Sie die Koordinaten von M_1 und M_2 .
d) Prüfen Sie rechnerisch, ob $\overrightarrow{AF}$ parallel zu $\overrightarrow{M_1M_2}$ ist.

10. Die Vektoren $\vec{s} = \begin{pmatrix} -20 \\ 30 \end{pmatrix}$ und $\vec{w} = \begin{pmatrix} 50 \\ 40 \end{pmatrix}$ beschreiben, um wie viel Meter pro Minute Strömung und Wind ein Segelboot bewegen. Ermitteln Sie den Vektor $\vec{v}$ für die Bewegung des Bootes pro Minute und seine Geschwindigkeit in km/h.
11. Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(2|-4|0)$, $B(-5|2|3)$ und $C(4|1|-1)$.
 a) Zeigen Sie, dass das Dreieck gleichschenkelig, aber nicht gleichseitig ist.
 b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Seitenmittelpunktes der Basis von ABC. Berechnen Sie mithilfe dessen den Flächeninhalt des Dreiecks.
12. Beschreiben Sie die Menge aller Punkte $P(x_1|x_2|x_3)$ mit der angegebenen Eigenschaft.

Lösungen
 ➔ S. 221/222

① $x_3 = 0$

② $x_1 = x_2 = 0$

③ $x_2 = 3$

④ $x_1 = x_2$

Lineare Gleichungssysteme

13. Lösen Sie das Gleichungssystem. Geben Sie jeweils an, welches Lösungsverfahren besonders geeignet ist (Gleichsetzungs-, Einsetzungs-, Additionsverfahren).

a) $\begin{cases} y = -2x + 19 \\ y = x - 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 3x - 7 \\ 4x + 2y = 16 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ 6x - 2y = 40 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ 5x + 7y = 18 \end{cases}$

14. Lösen Sie mit dem Additionsverfahren. Nicht alle Aufgaben sind eindeutig lösbar.

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 14 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + 6y = 3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 5 \\ -2x + y = 12 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 27x - 2y = 1 \\ -12x + y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4x - 2y = 3 \\ 8x - 4y = 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -3x - 2y = -6 \\ 5x + 32y = 8 \end{cases}$

g) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = -6 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = -4 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 19x - 3y = -23 \\ -7x - 2y = 24 \end{cases}$

15. Geben Sie an, ob das lineare Gleichungssystem keine Lösung, genau eine Lösung oder unendlich viele Lösungen hat.

a) $\begin{cases} 2x + 2y = -4 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 0,5y = 0,5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ y = 2 - x \end{cases}$

16. Gegeben ist das Gleichungssystem $\begin{cases} x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$.

Ersetzen Sie die Parameter a und b so durch Zahlen, dass das Gleichungssystem

- a) keine Lösung, b) unendlich viele Lösungen, c) die Lösung $(5|-1)$ hat.

Vermischtes

17. Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = mx + 1$.
 a) Ermitteln Sie die Steigung m so, dass das Zahlenpaar $(-6|4)$ zur Funktion f gehört.
 b) Geben Sie eine Funktionsgleichung einer Funktion g an, deren Graph parallel zum Graphen der Funktion f durch den Punkt $P(1|1,5)$ verläuft.

18. In der Abbildung wird ein Dreieck auf einem Bleistift balanciert. Wie findet man den Punkt des Dreiecks, um das Dreieck zu balancieren? Erproben Sie es mit einem Pappdreieck.

19. Eine 5 cm hohe gerade Pyramide hat eine quadratische Grundfläche ($a = 5$ cm). Berechnen Sie den Oberflächeninhalt und das Volumen der Pyramide.

