

S. 31, 17.

a) Zwei Seiten müssen parallel sein, also die Seitenvektoren kollinear. Dies ist nur bei  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{DC}$  möglich:  $\overrightarrow{AB} = 2 \cdot \overrightarrow{DC}$  also  $a = -1$

$$b) \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}; B(3|4|-1)$$

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}; D(-3|0|2)$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; C(-1|3|1)$$

S. 31, 18.

$$a) \vec{b} = \vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} 150 \\ -100 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -100 \\ -50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ -150 \end{pmatrix}$$

$$b) |\vec{b}| = \sqrt{50^2 + 150^2} = \sqrt{25000} \approx 158,1$$

Die Fähre fährt mit 158,1 m/min = 9,486 km/h.

c) Wie oft muss man  $\vec{b}$  zu  $\overrightarrow{OA}$  addieren, um  $\overrightarrow{OB}$  zu erhalten?

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + n \cdot \vec{b} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -100 \\ 500 \end{pmatrix} + n \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ -150 \end{pmatrix}$$

Man erhält  $n = 4$ , also erreicht die Fähre nach 4 Minuten den Punkt B.

## Lösungen zu Kapitel 2: Geraden und Ebenen

### Ihr Fundament (S. 34/35)

S. 34, 1.

$$a) \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 6-3 \\ 7-2 \\ 9-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$b) \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 7-2 \\ 6-1 \\ 8-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$c) \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 7-(-2) \\ 8-(-4) \\ 5-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 7 \end{pmatrix}$$

S. 34, 2.

$$a) d(A; B) = 5 \quad b) d(A; B) = \sqrt{10} \quad c) d(A; B) = \sqrt{77}$$

S. 34, 3.

$$a) \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$b) \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -16 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$c) (-7) \cdot \begin{pmatrix} -11 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + (-7) \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$$

S. 34, 4.

$$a) \vec{v} \text{ und } \vec{w} \text{ sind kollinear, } \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot 2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}$$

b)  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$  sind nicht kollinear.

$$c) \vec{v} \text{ und } \vec{w} \text{ sind kollinear, } \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot (-3) = \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ -12 \end{pmatrix}$$

S. 34, 5.

$$a) A(2|0|0); B(2|5|0); C(0|5|0); D(0|0|0) \\ E(2|0|2); F(2|5|2); G(0|5|2); H(0|0|2)$$

$$b) \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2-2 \\ 5-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{OG} - \overrightarrow{OF} = \begin{pmatrix} 0-2 \\ 5-5 \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$c) \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OE} = \begin{pmatrix} 2-2 \\ 5-0 \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{EF}$  sind kollinear (Faktor 1), somit verlaufen die zugehörigen Kanten parallel zueinander.

S. 34, 6.

$$a) \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$\vec{v}$  ist eine Linearkombination von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .

b)  $\vec{v}$  ist keine Linearkombination von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .

S. 34, 7.

$$a) \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 10,5 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 9 \\ -16 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$e) \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

$$f) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{11}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

S. 34, 8.

$$a) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$b) |\overrightarrow{AB}| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{2^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{44} \approx 6,6$$

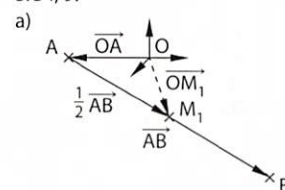
$$|\overrightarrow{BC}| = \left| \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{6^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{38} \approx 6,2$$

$$|\overrightarrow{AC}| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{4^2 + 5^2 + 1^2} = \sqrt{42} \approx 6,5$$

$$c) \overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC}$$

$$d) \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

S. 34, 9.



$$b) \overrightarrow{OM_1} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = \overrightarrow{OA} - \frac{1}{2} \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

$$c) \overrightarrow{OM_1} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2} \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM_2} = \frac{1}{2} \left[ \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$d) \overrightarrow{AF} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{M_1M_2} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Prüfen, ob  $\overrightarrow{AF}$  kollinear ist zu  $\overrightarrow{M_1M_2}$ :

$$r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -4r = -5 & r = \frac{5}{4} \\ 3r = 1 & r = \frac{1}{3} \\ 5r = 3 & r = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$\overrightarrow{AF}$  ist nicht parallel zu  $\overrightarrow{M_1M_2}$

S. 35, 10.

$$\vec{v} = \vec{s} + \vec{w} = \begin{pmatrix} -20 \\ 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 50 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \end{pmatrix}$$

Geschwindigkeit in m/min:  $v = |\vec{v}| = \sqrt{5300} \approx 72,8$

$$72,8 \frac{\text{m}}{\text{min}} \approx 4368,7 \frac{\text{m}}{\text{h}} \approx 4,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

S. 35, 11.

$$a) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Da  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{94}$ , ist ABC gleichschenkelig.

Das Dreieck ist nicht gleichseitig, wegen

$$|\overrightarrow{CA}| = 2\sqrt{14} \neq |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$$

b) Nach a) ist die Seite  $\overline{CA}$  die Basis des Dreiecks.

Seitenmittelpunkt:  $S(-1 | -2 | -3)$

$$\text{Höhe: } h_B = |\overrightarrow{SB}| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = 2\sqrt{17}$$

$$\text{Flächeninhalt: } A = h_B \cdot \frac{1}{2} |\overrightarrow{CA}| = 2\sqrt{238} \approx 30,85$$

S. 35, 12.

①  $\{(s|t|0); s \in \mathbb{R}; t \in \mathbb{R}\}$ ,  $x_1x_2$ -Ebene

②  $\{(0|0|t); t \in \mathbb{R}\}$ ,  $y$ -Achse

③  $\{(s|3|t); s \in \mathbb{R}; t \in \mathbb{R}\}$ , Ebene parallel zur  $x_1x_3$ -Ebene durch  $(0|3|0)$

④  $\{(s|s|t); s \in \mathbb{R}; t \in \mathbb{R}\}$ , Ebene, die die  $x_3$ -Achse und

$$g: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ enthält}$$

S. 35, 13.

a) Gleichsetzungsverfahren

$$\begin{cases} y = -2x + 19 \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 19 = x - 2 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21 = 3x \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$

b) Einsetzungsverfahren

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ 4x + 2y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 7 \\ 4x + 2(3x - 7) = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 7 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

c) Additionsverfahren

$$\begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ 6x - 2y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ -17y = 34 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10 = 2 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases}$$

d) Additionsverfahren

$$\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ 5x + 7y = 18 \end{cases} \cdot (-5) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ -11y = -44 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 20 = 16 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$$

S. 35, 14.

$$a) \begin{cases} 2x - 3y = 14 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 2x - 3y = 14 \\ 6x - 2y = 7 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 2x - 3y = 14 \\ 6x - 2y = 7 \end{cases}$$

$$2x - 3y = 14$$

$$6x - 2y = 24$$

$$8 - 3y = 14$$

$$x = 4$$

$$y = -2$$

$$x = 4$$

$$b) \begin{cases} -x + 6y = 3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} -x + 6y = 3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} -x + 6y = 3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$

$$3x - 2y = 7$$

$$-x + 6y = 3$$

$$16y = 16$$

$$-x + 6 = 3$$

$$y = 1$$

$$x = 3$$

$$y = 1$$

$$c) \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 5 \\ -2x + y = 12 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 5 \\ -2x + y = 12 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 5 \\ -2x + y = 12 \end{cases}$$

$$-2x + y = 12$$

$$4y = 32$$

$$-2x + 8 = 12$$

$$y = 8$$

$$x = -2$$

$$y = 8$$

$$d) \begin{cases} 27x - 2y = 1 \\ -12x + y = 0 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 27x - 2y = 1 \\ -12x + y = 0 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 27x - 2y = 1 \\ -12x + y = 0 \end{cases}$$

$$-12x + y = 0$$

$$3x = 1$$

$$-4 + y = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$y = 4$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$e) \begin{cases} 4x - 2y = 3 \\ 8x - 4y = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 4x - 2y = 3 \\ 8x - 4y = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 4x - 2y = 3 \\ 8x - 4y = 4 \end{cases}$$

$$4x - 2y = 3$$

$$0 = -2$$

$$L = \{ \}$$

$$f) \begin{cases} -3x - 2y = -6 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} -3x - 2y = -6 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} -3x - 2y = -6 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$3x + 2y = 6$$

$$-y = -6$$

$$3x + 2y = 6$$

$$y = 6$$

$$3x + 12 = 6$$

$$y = 6$$

$$x = -2$$

$$y = 6$$

$$g) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = -6 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = -4 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = -6 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = -4 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = -6 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = -4 \end{cases}$$

$$-2x + 3y = 24$$

$$2x - 3y = -24$$

$$2x - 3y = -24$$

$$0 = 0$$

$$L = \{(-12 + 1,5y | y)\}$$

$$h) \begin{cases} 19x - 3y = -23 \\ -7x - 2y = 24 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 19x - 3y = -23 \\ -7x - 2y = 24 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 19x - 3y = -23 \\ -7x - 2y = 24 \end{cases}$$

$$19x - 3y = -23$$

$$-59x = 118$$

$$-38 - 3y = -23$$

$$x = -2$$

$$y = -5$$

$$x = -2$$

S. 35, 15.

a) genau eine Lösung ( $x = 2; y = -4$ )

b) unendlich viele Lösungen

c) keine Lösung

S. 35, 16.

- a)  $a = -1$ ;  $b \neq 10$   
 b)  $a = -5$ ;  $b = 6$   
 c)  $a = -1$ ;  $b = 10$

S. 35, 17.

a) Zahlenpaar einsetzen:

$$f(-6) = m \cdot (-6) + 1 = 4 \quad f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$-6m + 1 = 4; \quad m = -\frac{1}{2}; \quad f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$$

b) Da  $f$  und  $g$  parallel verlaufen, haben sie dieselbeSteigung:  $g(x) = -\frac{1}{2}x + n$ 

Punkt P einsetzen:

$$g(1) = -\frac{1}{2} \cdot 1 + n = 1,5$$

$$-\frac{1}{2} + n = 1,5; \quad n = 2; \quad g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

S. 35, 18.

Der Schwerpunkt des Dreiecks ist der Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden. Setzt man den Bleistift an diesem Punkt an, kann man das Dreieck balancieren.

S. 35, 19.

Oberflächeninhalt:

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot \sqrt{h^2 + a^2} = 25 + 10 \cdot \sqrt{50} \approx 95,7 \text{ cm}^2$$

Volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot a^2 = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 5^2 = \frac{1}{3} \cdot 125 \approx 41,67 \text{ cm}^3$$

**Prüfen Sie Ihr neues Fundament (S. 94/95)**

S. 94, 1.

a) 
$$\begin{array}{ccc|ccc} x_1 & x_2 & x_3 & & & \\ 1 & -2 & 1 & 4 & | \cdot (-2) & \\ 2 & 1 & -1 & 7 & | \cdot (-2) & \\ -3 & -1 & 4 & -5 & | \cdot 3 & \end{array} \quad +$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 4 & & \\ 0 & 5 & -3 & -1 & & \\ 0 & -7 & 7 & 7 & | : 7 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 4 & & \\ 0 & -1 & 1 & 1 & | \cdot 5 & \\ 0 & 5 & -3 & -1 & & \end{array} \quad +$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 4 & & \\ 0 & -1 & 1 & 1 & & \\ 0 & 0 & 2 & 4 & & \end{array}$$

$$x_3 = 2 \quad x_2 = 1 \quad x_1 = 4$$

b) 
$$\begin{array}{cccc|ccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & & & \\ 2 & -4 & 1 & -6 & 1 & | \cdot (-3) & \\ 6 & -4 & -5 & 2 & -1 & | \cdot (-3) & \\ -2 & 2 & 1 & 1 & 2 & & \end{array} \quad +$$

$$\begin{array}{cccc|ccc} 2 & -4 & 1 & -6 & 1 & & \\ 0 & 8 & -8 & 20 & -4 & | : 4 & \\ 0 & -2 & 2 & -5 & 3 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|ccc} 2 & -4 & 1 & -6 & 1 & & \\ 0 & 2 & -2 & 5 & -1 & & \\ 0 & -2 & 2 & -5 & 3 & & \end{array} \quad +$$

$$\begin{array}{cccc|ccc} 2 & -4 & 1 & -6 & 1 & & \\ 0 & 2 & -2 & 5 & -1 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & & \end{array}$$

$$L = \{ \}$$

c) 
$$\begin{array}{ccc|ccc} x_1 & x_2 & x_3 & & & \\ 2 & 4 & 6 & 2 & | \cdot (-1) & \\ 2 & 2 & 9 & 3 & | \cdot (-2) & \\ 4 & 10 & 9 & 3 & & \\ 4 & 6 & 15 & 5 & & \end{array} \quad +$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & 6 & 2 & & \\ 0 & -2 & 3 & 1 & & \\ 0 & 2 & -3 & -1 & & \\ 0 & -2 & 3 & 1 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & 6 & 2 & & \\ 0 & -2 & 3 & 1 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \end{array}$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}x_3$$

$$x_1 - 1 + 3x_3 + 3x_3 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 2 - 6x_3$$

$$L = \left\{ \left( 2 - 6t \mid -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}t \mid t \right) \right\}$$

S. 94, 2.

a) Lösen des Gleichungssystems

$$\begin{cases} 40M_1 + 30M_2 + 26M_3 = 39 \\ 60M_1 + 20M_2 + 4M_3 = 56 \\ 50M_2 + 70M_3 = 5 \end{cases}$$

liefert  $L = \{ (0,9 + 0,4t \mid 0,1 - 1,4t \mid t) \}$ .

Damit erhält man die benötigten Mengen  $M_1$  und  $M_2$  in Abhängigkeit von der Menge  $t$  von  $M_3$ .

b) Auf  $M_3$  verzichten:  $t = 0$ , dann  $x_1 = 0,9$ ,  $x_2 = 0,1$ 

ist möglich.

Auf  $M_2$  verzichten:  $0,1 - 1,4t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{14} = x_3 > 0$ .Für  $x_1$  gilt dann:  $x_1 = \frac{9}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$ 

Wegen  $0 \leq x_1, x_3 \leq 1$  kann auch auf  $M_2$  verzichtet werden.

S. 94, 3.

a) z.B.  $A(3 \mid 2 \mid 1)$  (für  $r = 1$ ) und  $B(2 \mid 1 \mid 1)$  (für  $r = 0$ )

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+r \\ 1+r \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 0=2+r & r=-2 \\ -1=1+r & r=-2 \\ 1=1 & \end{matrix}$$

Der Punkt P liegt auf h.

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+r \\ 1+r \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{führt zu } r = 1 \text{ und}$$

 $r = 2$  und  $-1 = 1$  (Widerspruch in 3. Gleichung)

Der Punkt Q liegt nicht auf h.

c)  $x_3 = 0$ , also  $1 = 0$ : die Gerade h hat keinen Schnittpunkt mit der  $x_1x_2$ -Ebene (keinen Spurpunkt  $S_{12}$ ). $x_2 = 0$ , also  $1 + r = 0$ ;  $r = -1$ :  $S_{13}(1 \mid 0 \mid 1)$  $x_1 = 0$ , also  $2 + r = 0$ ;  $r = -2$ :  $S_{23}(0 \mid -1 \mid 1)$ d) Da für den Richtungsvektor  $x_3 = 0$  gilt, verläuft die Gerade parallel zur  $x_1x_2$ -Ebene.

S. 94, 4.

$$a) \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{mit } r \in \mathbb{R} \text{ und } 0 \leq r \leq 1$$

$$b) |\overline{AB}| = \left| \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{5^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{59} \approx 7,68$$

$$c) \overline{OM} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 2,5 \\ 2,5 \end{pmatrix}, M\left(\frac{1}{2} \mid \frac{5}{2} \mid \frac{5}{2}\right)$$