

## Quadratische Funktionen

### Aufgabe 1:

Stelle die zugehörigen Funktionsgleichungen in der Normalform auf, wenn von der nach oben geöffneten Normalparabel die Scheitelpunktskoordinaten bekannt sind.

- a)  $S(1 \mid 1)$    b)  $S(-1 \mid -1)$    c)  $S(-1 \mid 1)$   
 d)  $S(3 \mid 0)$    e)  $S(0 \mid 3)$    f)  $S\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{2}{3}\right)$

### Lösung 1:

- a)  $y = x^2 - 2x + 2$    b)  $y = x^2 + 2x$   
 c)  $y = x^2 + 2x + 2$    d)  $y = x^2 - 6x + 9$   
 e)  $y = x^2 + 3$    f)  $y = x^2 - x - \frac{5}{12}$

### Aufgabe 2:

Ermittle  $p$  bzw.  $q$  derart, dass der angegebene Punkt auf dem Graphen liegt. Ermittle  $S$  und zeichne die Parabel.

- a)  $y = x^2 + px + 2$ ;  $A(1 \mid 2)$    b)  $y = x^2 - 2x + q$ ;  $B(-1 \mid 3)$   
 c)  $y = x^2 + 2px$ ;  $C(1 \mid 4)$    d)  $y = x^2 - q$ ;  $D(2 \mid -1)$

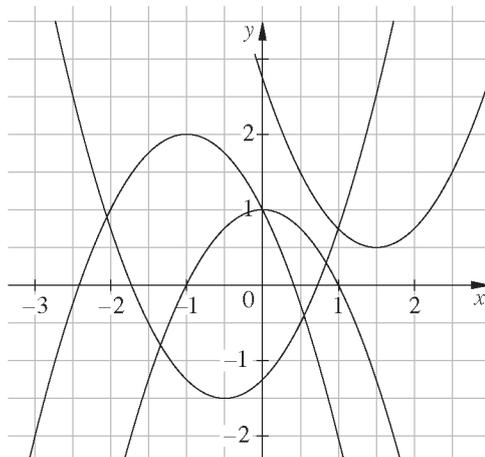
### Lösung 2:

- a)  $p = -1$ ;  $S\left(\frac{1}{2} \mid \frac{7}{4}\right)$    b)  $q = 0$ ;  $S(1 \mid -1)$   
 c)  $p = \frac{2}{3}$ ;  $S\left(-\frac{3}{2} \mid -\frac{9}{4}\right)$    d)  $q = 5$ ;  $S(0 \mid -5)$

**Aufgabe 3:**

Die Funktionsgleichungen für quadratische Funktionen können in der Scheitelpunktform und in der Normalform dargestellt werden.

- a) Du kennst die Koordinaten des Scheitelpunkts  $S(-1 | 2)$  einer nach oben geöffneten Normalparabel  $k$ . Setze sie in die Scheitelpunktform ein. Forme die Scheitelpunktform in die Normalform um.



- b) Bestimme die Funktionsgleichung in der Normalform für eine nach unten geöffnete Normalparabel  $f$  mit dem gleichen Scheitelpunkt  $S$ .
- c) Berechne die Funktionsgleichungen für die nach oben (nach unten) geöffneten Parabeln mit den folgenden Scheitelpunkten:  
 $S_1(0 | 0)$ ;  $S_2(0 | 2)$ ;  $S_3(2 | 4)$ ;  $S_4(-1 | 3)$ ;  $S_5(2 | -3)$ ;  $S_6(-0,5 | -2)$
- d) Entnimm den rechts abgebildeten Parabeln ihre Scheitelpunkte und bestimme die Funktionsgleichungen in der Normalform.

**Lösung 3:**

- a)  $y = (x + 1)^2 + 2$ ;  $y = x^2 + 2x + 3$   
 b)  $y = -(x + 1)^2 + 2$ ;  $y = -x^2 - 2x + 1$

c)

	nach oben geöffnet	nach unten geöffnet
$S_1$	$y = x^2$	$y = -x^2$
$S_2$	$y = x^2 + 2$	$y = -x^2 + 2$
$S_3$	$y = x^2 - 4x + 8$	$y = -x^2 + 4x$
$S_4$	$y = x^2 + 2x + 4$	$y = -x^2 - 2x + 2$
$S_5$	$y = x^2 - 4x + 1$	$y = -x^2 + 4x - 7$
$S_6$	$y = x^2 + x - 1,75$	$y = -x^2 - x - 2,25$

- d) nach oben geöffnet, links:  $S(-0,5 | 5)$ ;  $y = x^2 + x - 1,25$   
 nach oben geöffnet, rechts:  $S(1,5 | 0,5)$ ;  $y = x^2 - 3x + 2,75$   
 nach unten geöffnet, links:  $S(-1 | 2)$ ;  $y = -x^2 - 2x + 1$   
 nach unten geöffnet, rechts:  $S(0 | 1)$ ;  $y = -x^2 + 1$

**Aufgabe 4:**

Vreni hat durch quadratische Ergänzung den Scheitelpunkt der Funktion

$$y = -x^2 + x - 1 \text{ folgendermaßen bestimmt:}$$

$$y = -x^2 + x - 1$$

$$y = -x^2 + x + 0,5 - 0,5 - 1 \quad \text{Quadratische Ergänzung}$$

$$y = -(x + 0,5)^2 - 1,5 \quad \text{Scheitelpunktform}$$

$$\rightarrow S(-0,5 | -1,5)$$

Der abgelesene Scheitelpunkt stimmt aber nicht mit dem überein, der sich durch die zur Überprüfung angefertigten Wertetabelle ergibt.

Lisa hilft ihr: „Du hast das negative  $x^2$  nicht richtig berücksichtigt.“ Der Lehrer, der den beiden über die Schulter schaut, meint: „Und dann ist da noch etwas falsch!“

Finde den weiteren Fehler und stelle die Umformung richtig. Wie heißen die Koordinaten des Scheitelpunkts dieser quadratischen Funktion wirklich?

**Lösung 4:**

Bei der quadratischen Ergänzung muss  $0,5^2$  statt  $0,5$  ergänzt werden.  
richtige Umformung:

$$y = -x^2 + x - 1$$

$$y = -[x^2 - x + 1]$$

$$y = -[x^2 - x + 0,5^2 - 0,5^2 + 1]$$

$$y = -[(x - 0,5)^2 + 0,75]$$

$$y = -(x - 0,5)^2 - 0,75 \rightarrow S(0,5 | -0,75)$$

**Aufgabe 5:**

Forme in die Scheitelpunktform um, gib die Scheitelpunktkoordinaten an und zeichne die Parabeln.

a)  $f(x) = x^2 + 2x - 2$       b)  $f(x) = x^2 + 4x + 1$

c)  $f(x) = x^2 - 2x - 4$       d)  $f(x) = x^2 + 10x + 19$

e)  $f(x) = x^2 - 6x + 8$       f)  $f(x) = x^2 + 2x$

g)  $f(x) = x^2 - 2x$       h)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$

i)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$       j)  $f(x) = x^2 - 2x + 6$

k)  $f(x) = x^2 + 8x + 12$       l)  $f(x) = x^2 - 3x + 0,75$

m)  $f(x) = x^2 + x + 0,75$       n)  $f(x) = x^2 - 3x$

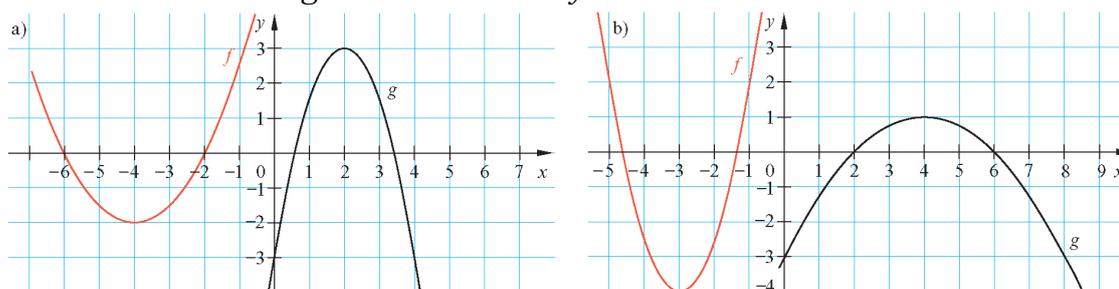
**Lösung 5:**

- a)  $f(x) = (x + 1)^2 - 3$ ;  $S(-1 | -3)$   
 b)  $f(x) = (x + 2)^2 - 3$ ;  $S(-2 | -3)$   
 c)  $f(x) = (x - 1)^2 - 5$ ;  $S(1 | -5)$   
 d)  $f(x) = (x + 5)^2 - 6$ ;  $S(-5 | -6)$   
 e)  $f(x) = (x - 3)^2 - 1$ ;  $S(3 | -1)$   
 f)  $f(x) = (x + 1)^2 - 1$ ;  $S(-1 | -1)$   
 g)  $f(x) = (x - 1)^2 - 1$ ;  $S(1 | -1)$   
 h)  $f(x) = (x + 1)^2$ ;  $S(-1 | 0)$   
 i)  $f(x) = (x - 2)^2 - 1$ ;  $S(2 | -1)$   
 j)  $f(x) = (x - 1)^2 + 5$ ;  $S(1 | 5)$   
 k)  $f(x) = (x + 4)^2 - 4$ ;  $S(-4 | -4)$   
 l)  $f(x) = (x - 1,5)^2 - 1,5$ ;  $S(1,5 | -1,5)$   
 m)  $f(x) = (x + 0,5)^2 + 0,5$ ;  $S(-0,5 | 0,5)$   
 n)  $f(x) = (x - 1,5)^2 - 2,25$ ;  $S(1,5 | -2,25)$

Zeichenübung der Normalparabeln mit den bestimmten Scheitelpunkten

**Aufgabe 6:**

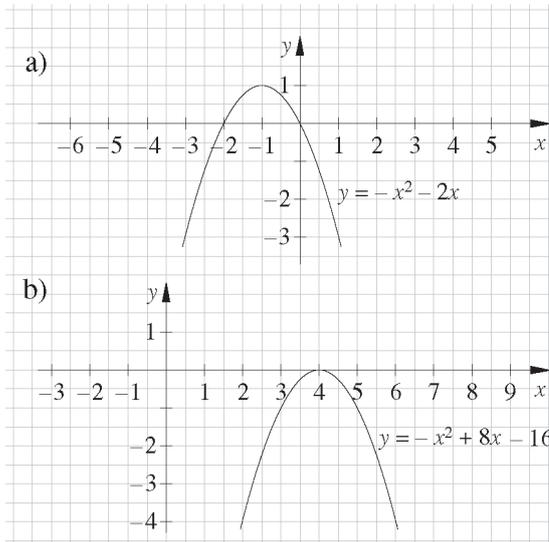
Lies jeweils die Funktionsgleichung in der Form  $y = f(x) = a(x + d)^2 + e$ .  
 Schreibe die Gleichung auch in der Form  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ .

**Lösung 6:**

- a)  $f(x) = \frac{1}{2}(x + 4)^2 - 2 = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$ ;  $g(x) = -\frac{3}{2}(x - 2)^2 + 3 = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$   
 b)  $f(x) = \frac{3}{2}(x + 3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 + 9x + \frac{19}{2}$ ;  
 $g(x) = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 + 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$

**Aufgabe 7:**

Lies die Nullstellen ab und überprüfe durch eine Rechnung.

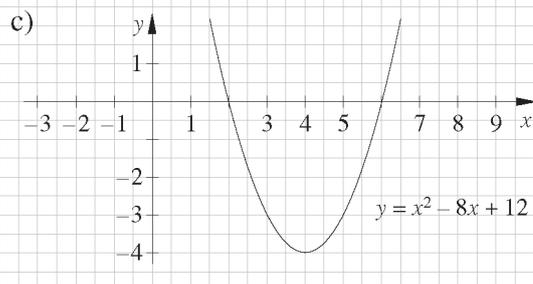
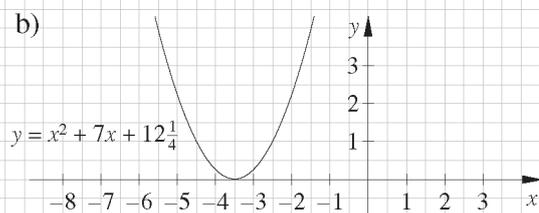
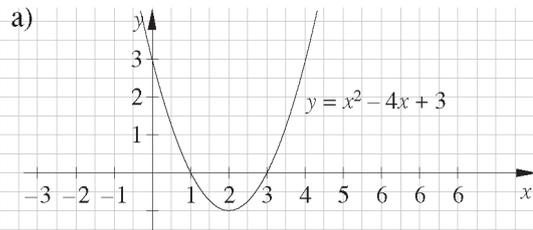
**Lösung 7:**

a)  $x_1 = 0$  und  $x_2 = -2$     b)  $x = 4$

Einsetzen in die Koordinatengleichung ergibt Null.

**Aufgabe 8:**

Lies die Nullstellen ab und überprüfe durch eine Rechnung.

**Lösung 8:**

a)  $x_1 = 1$  und  $x_2 = 3$    b)  $x_1 = -3,5$    c)  $x_1 = 2$  und  $x_2 = 6$

Einsetzen in die Koordinatengleichung ergibt Null.

**Aufgabe 9:**

Berechne den Scheitelpunkt und die Nullstellen der Funktion.

a)  $f(x) = x^2 + 10x + 25$

b)  $f(x) = 4x^2 - 12x + 10$

c)  $f(x) = x^2 - 10x - 40$

d)  $f(x) = -9x^2 + 81x - 99$

*Lösung 9:*

- a)  $S(-5 | 0)$ ;  $x = -5$
- b)  $S(1,5 | 1)$ ; keine Nullstellen
- c)  $S(5 | -65)$ ;  $x_1 = 5 + \sqrt{65}$ ;  $x_2 = 5 - \sqrt{65}$
- d)  $S(4,5 | 83,25)$ ;  $x_1 = 4,5 + \sqrt{9,25}$ ;  $x_2 = 4,5 - \sqrt{9,25}$

*Aufgabe 10:*

Ermittle die Lösungen der Gleichung und kontrolliere sie durch eine Zeichnung.

- a)  $x^2 - 2x - 8 = 0$
- b)  $x^2 + 3x - 4 = 0$
- c)  $x^2 - x - 2 = 0$
- d)  $x^2 + 2x = 0$
- e)  $x^2 - 2x - 1 = 0$
- f)  $2x^2 - 10x + 16 = 0$

*Lösung 10:*

- a)  $L = \{-2; 4\}$
- b)  $L = \{-4; 1\}$
- c)  $L = \{-1; 2\}$
- d)  $L = \{-2; 0\}$
- e)  $L = \{1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\}$
- f)  $L = \{\}$